

A PRECIFICAÇÃO DE TÍTULOS DE DÍVIDA COMO FATOR CRÍTICO DE SUCESSO PARA UM MERCADO SECUNDÁRIO DE DEBÊNTURES

Alberto Sanyuan Suen¹
Herbert Kimura²

INTRODUÇÃO

O mercado secundário de debêntures tem sido pouco explorado pelos agentes financeiros brasileiros, embora estes sejam instrumentos de captação largamente usados pelas empresas no denominado mercado primário de emissões de títulos. Os participantes do mercado parecem demonstrar pouco interesse pela negociação de debêntures no mercado secundário. Talvez parte do desinteresse seja explicada pela falta de liquidez destes instrumentos, uma vez que o posicionamento nestes papéis implica um elevado nível de risco assumido.

Este trabalho tem por objetivo abordar um dos principais aspectos para promover a viabilização do mercado secundário de debêntures: a precificação das debêntures. Uma vez que cada emissão de debênture apresenta características peculiares, inexistente uma metodologia básica unificada para a avaliação destes instrumentos financeiros. As diferenças entre taxas de juros, indexadores, a possível existência de opções embutidas, como por exemplo, cláusulas de conversibilidade em ações, cláusulas de resgate antecipado etc, tornam a avaliação do preço de debêntures extremamente complexa.

Neste trabalho, serão discutidas as abordagens mais importantes de avaliação de debêntures, discutindo por meio de exemplos práticos como o analista de mercado de capitais poderia precificar estes instrumentos. Serão analisadas as avaliações por meio de fórmulas analíticas, por meio de árvores de decisão e por meio de simulação.

Como exemplificação de cada metodologia de avaliação, serão apresentados alguns casos em que é possível a utilização das técnicas de precificação discutidas.

CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS DEBÊNTURES

Uma debênture é um valor mobiliário que representa um contrato de mútuo, tipicamente de longo prazo, entre o emissor e os debenturistas, emitido por uma sociedade anônima com uma grande flexibilidade quanto às condições e características estabelecidas em sua escritura de emissão.

¹ Consultor financeiro, professor de graduação e pós-graduação da Fundação Getúlio Vargas/SP e Universidade Presbiteriana Mackenzie. Engenheiro de Produção - Poli/USP, Especialização em Finanças FGV/SP, Mestre em Administração - FEA/USP e Doutorando em Finanças - FGV/SP.

² Consultor financeiro, professor de Finanças da Fundação Getúlio Vargas/SP, Universidade Presbiteriana Mackenzie e IBMEC. Engenheiro Eletrônico - ITA, Especialização em Finanças - IBMEC, Mestre em Estatística - IME/USP, Doutorando em Finanças - FGV/SP.

As debêntures como instrumento de captação de recursos existem na legislação brasileira desde 1822 sendo previstas no código comercial brasileiro e na legislação das sociedades anônimas a partir de então. Entre 1979 e 1983, o mercado foi bastante ativo quanto a emissões e negociações. Entre 1983 e 1987, o mercado esteve paralisado em função de mudança tributária e extinção da compulsoriedade de aplicação em debêntures pelos fundos de previdência e fundos de investimento. Depois deste período, com a introdução do Sistema Nacional de Debêntures, com a utilização destes instrumentos como fonte alternativa de captação e com o aprimoramento dos instrumentos financeiros permitindo estruturação de operações de hedge ou proteção de taxas, o mercado voltou a crescer. Com a estabilização econômica, as debêntures podem conquistar muito mais força como instrumento de gestão da estrutura de capital das empresas e como ativos de risco para a montagem de estratégias de gestão de portfólios.

A emissão primária de uma debênture pode ser pública ou privada. Caracteriza-se como pública a emissão que, após o registro da empresa como companhia aberta e o registro da emissão na Comissão de Valores Mobiliários (CVM), passa a ser oferecida por uma ou por um consórcio de várias instituições financeiras para o público geral. A colocação pública de valores mobiliários pressupõe que os dados sobre a empresa sejam amplamente divulgadas para que os investidores tenham acesso a um mínimo de informações para tomar suas decisões de investimento. Já a colocação privada pode ser feita tanto por sociedade anônima de capital aberto quanto por sociedade anônima de capital fechado. Entretanto, nesta modalidade a debênture é negociada com poucos investidores, não sendo possível sua distribuição por meio de mercados de leilão público ou de balcão.

Na assembleia geral da sociedade anônima ocorre a definição das características das debêntures a serem emitidas, tais como valor da emissão, número de séries, valor nominal de cada título, forma de atualização monetária, garantias, cláusulas de conversão, data de vencimento, programação de resgates ou amortizações, juros e indexadores, prêmios e participações nos resultados, datas de repactuação etc. No processo de emissão primária, os principais participantes são:

- a empresa emissora que deseja colocação do papel junto a investidores para captação de recursos
- o investidor que compra o título, fazendo uma aplicação de recursos
- o líder da emissão que corresponde à instituição financeira responsável pela estruturação do papel e pela formação do consórcio de instituições para a colocação do título junto aos investidores
- a instituição mandatária que é representada pelo banco designado para tratar das liquidações financeiras e físicas das operações transacionadas no CETIP
- o agente fiduciário, ou seja, o representante dos debenturistas para qualquer tipo de negociação ou reivindicação junto ao emissor. Os objetivos de um agente fiduciário são: proteger o interesse do debenturista, informá-los dos fatos relevantes, notificá-los a respeito de problemas de pagamento e fiscalizar a emissora sobre o cumprimento das cláusulas especiais.

As debêntures podem ser classificadas quanto à classe ou tipo em três categorias. As debêntures simples, que não conferem direito de conversão em ações; as debêntures

conversíveis, que permitem a conversão em ações de acordo com especificações na escritura da emissão e representam opções embutidas de compra de ações representativas do capital próprio do emissor e as debêntures permutáveis, que permitem a troca do título por ações de outras companhias descritas na escritura da emissão, contendo portanto, uma opção de compra embutida de ações de outras companhias. Quanto à forma, as debêntures podem ser nominativas quando há a emissão de um certificado e todas as movimentações do papel são controladas em um livro pela companhia emissora ou escriturais, quando não existe certificado físico. Quanto à presença e tipo de garantia e preferência por recebimento do valor residual da empresa em caso de falência, a debênture pode ser real, flutuante, quirografária ou subordinada. Eventualmente, as debêntures podem contemplar também garantias acessórias, como por exemplo, garantias fidejussórias que correspondem a uma fiança ou aval de terceiro; convenants que estipulam na escritura da emissão deveres e obrigações do tomador, principalmente com relação a limites de captação e aplicação de recursos; e cláusulas de não-alienação que impedem que a empresa se desfaga de bens ou imóveis relacionados a atividade operacional.

Alguns eventos especiais previstos na escritura da emissão terão impacto na precificação da debênture, por afetarem a distribuição dos fluxos de caixa pagos pelo título ou corresponderem a instrumentos agregados que possuem valor. Por exemplo, a repactuação estabelecida em datas previstas permite que o emissor sugira a modificação das variáveis referentes às taxa de juros, prêmios ou prazos da debênture, representando portanto uma opção. Em contrapartida, o debenturista tem também uma opção: escolher entre aceitar as novas condições de repactuação propostas ou exigir que o emissor resgate a debênture segundo as variáveis inicialmente pactuadas. Obviamente, estas opções presentes na cláusula de repactuação possuem valor e portanto devem ser consideradas no processo de precificação de debêntures. Os eventos de amortização, por consistirem na redução gradual do valor do principal, também influenciam no valor do preço da debênture tendo em vista que os períodos de ocorrência de amortização são determinantes dos fluxos de caixa pagos pelo título e conseqüentemente, do valor presente destes fluxos. Eventos de resgate antecipado, isto é, cancelamento de papéis através da recompra, reduzindo o montante emitido, também possuem valor. O resgate antecipado pode ser analisado como o exercício de um direito, por parte do emissor, de recompra de suas debêntures com o objetivo de eliminar sua dívida.

METODOLOGIAS DE PRECIFICAÇÃO DE DEBÊNTURES

São inúmeros os instrumentos financeiros usados no mundo atual. Eles podem variar desde simples contratos que não dependem de eventos futuros como os contratos a termo (tendo em vista que o preço de um contrato a termo é uma função determinística do preço do ativo-objeto, da taxa de juros e de outros custos como por exemplo, oportunidade e carregamento) ou até contratos altamente sofisticados que embutem diversos derivativos. Basicamente, existem três métodos de precificação :métodos analíticos, métodos de árvores de decisão e métodos de simulação. Algumas características das debêntures, como explicadas anteriormente, podem influenciar na determinação dos métodos ideais a serem utilizados para precificação. A seguir, discutiremos características dos principais

métodos de precificação de debêntures, e na próxima seção, apresentaremos estudos de caso com exemplos numéricos.

MÉTODOS ANALÍTICOS:

Em geral, quando uma debênture não possui cláusulas de opções embutidas, ela poderá ser avaliada através de métodos analíticos, isto é, com o auxílio de fórmulas fechadas. Uma debênture que representa uma entrega de montantes de fluxo de caixa conhecidos em datas determinadas no futuro pode ser avaliada através da somatória dos valores presentes de cada montante. Contratos a termo sobre mercadorias podem ser avaliados da mesma forma tomando-se o valor presente das diferenças entre o valor do contrato e o valor da mercadoria à vista. A principal vantagem de métodos analíticos está na velocidade. Adicionalmente, a possibilidade de utilização de uma equação para avaliar um contrato facilita o trabalho de controle e auditoria sobre modelos de precificação. Com a popularização das planilhas eletrônicas, os métodos analíticos propiciam fácil implementação.

As limitações do método analítico podem ser evidenciadas pela restrição da aplicabilidade das equações por dependerem de uma rigorosa observância dos pressupostos ou premissas dos modelos. O exemplo mais famoso em finanças de método analítico é a fórmula de Black e Scholes para precificação de opções. Porém, a utilização da fórmula implica na aceitação de hipóteses fortes, que muitas vezes não são verificadas na prática, como por exemplo, volatilidade do ativo-objeto constante e possibilidade de captação e aplicação a uma mesma taxa de juros livre de risco. Os modelos analíticos, principalmente para avaliação de opções embutidas em debêntures, exigem a suposição de possibilidade de negociação de ativos a qualquer instante, num tempo contínuo, o que impossibilita a precificação de ativos que dependem de avaliação em tempo discreto, como é o caso das opções sobre médias de valores passados dos ativos.

MÉTODOS DE ÁRVORES DE DECISÃO

Os métodos de árvores de decisão baseiam-se na construção de interligações discretas entre possíveis valores futuros de um ativo financeiro, com as correspondentes probabilidades de transição entre um valor a outro. Para precificação de opções embutidas, o procedimento da árvore de decisão é composta por dois passos. No primeiro passo, desenvolve-se a árvore correspondente aos possíveis valores que o ativo-objeto pode atingir até a data de vencimento da opção, incluindo também a probabilidade de ocorrência destes valores. O valor inicial da árvore ou a semente sobre a qual será desenhada a árvore corresponde ao valor do ativo no momento inicial. No segundo passo, na data de expiração da opção, todos os possíveis valores do ativo-objeto são estimados e através deles, pode-se obter todos os possíveis valores da opção de acordo com suas características. No caso de uma opção de compra, por exemplo, no vencimento, calcula-se todos os possíveis preços da opção, que correspondem à diferença entre o valor atingido pelo ativo objeto e o preço de exercício. Acha-se o valor esperado destes preços, através da ponderação pela probabilidade de ocorrência de cada valor do ativo-objeto no

vencimento e vai-se trazendo a valor presente em cada nó da árvore, até o instante inicial, através de uma taxa de desconto apropriada.

A grande vantagem das árvores de decisão é permitirem que sejam avaliadas opções americanas, isto é, que podem ser exercidas a qualquer momento. As árvores de decisão possibilitam uma análise dos pontos ou nós da árvore em que racionalmente é viável exercer a opção, ou seja, pontos em que o exercício da opção possui maior valor do que o exercício em qualquer outra data futura.

Porém, uma vez que as árvores de decisão exigem uma análise de trás para frente, ou seja, projetam-se preços dos ativos e traz-se a valor presente o prêmio da opção, não são adequadas para avaliar opções que dependem do caminho percorrido pelo preço do ativo-objeto, como por exemplo path-dependent options. Adicionalmente, o método da árvore de decisão exige grande esforço computacional, por demandar avaliações que crescem exponencialmente com o grau de precisão estabelecido.

MÉTODOS DE SIMULAÇÃO

Os métodos de simulação fundamentam-se na amostragem de possíveis caminhos percorridos pelo preço dos ativos-objeto até a data de vencimento do contrato. No vencimento, para cada possível caminho percorrido, calcula-se o preço do derivativo correspondente, trazendo-o a valor presente. Se um número suficientemente grande de caminhos são amostrados, então avalia-se o preço do derivativo através de uma média aritmética dos valores presentes de todos os resultados obtidos segundo a amostragem realizada.

Pela sua característica genérica, o método de simulação pode ser utilizado para diversas precificações de debêntures, principalmente aquelas que possuem cláusulas de opções que dependem do caminho percorrido pelo preço do ativo-objeto, como por exemplo, look-back options e average price options, que permitem estabelecer parâmetros de opção baseados no maior ou menor preço histórico ou numa média de preços históricos ocorridos em um período.

Tendo em vista que a simulação baseia-se na amostragem de vários possíveis caminhos, não é adequado para avaliar opções americanas. Além disso, o método utiliza intensamente recursos tecnológicos por exigir uma grande amostra de caminhos para determinação de uma estimativa média com um erro aceitável. Problemas de velocidade de convergência podem também tornar o método de simulação extremamente demorado. Em finanças, utiliza-se o método de simulação de Monte Carlo onde é realizada uma amostra de caminhos aleatórios hipotéticos que seriam percorridos pelos preços dos ativos, respeitando-se a hipótese de ausência de oportunidades de arbitragem. Para cada caminho hipotético calcula-se o preço do derivativo relacionado ao ativo-objeto de acordo com as características do contrato. Para cada caminho, calcula-se o valor presente do preço do derivativo. Se este valor for estimado segundo inúmeros caminhos aleatórios, obtém-se uma distribuição de probabilidade dos possíveis valores dos derivativos. O preço do derivativo é estimado através da média da distribuição. Tecnicamente, pode-se utilizar a simulação de Monte Carlo sem restrições significantes que são impostas pela teoria financeira, representando uma vantagem sobre os métodos analíticos e de árvores de decisão

ESTUDOS DE CASOS

Método analítico: Precificação de debêntures simples

Vamos apresentar um método para precificação de debêntures simples que pagam coupons periódicos e o principal em uma determinada data de vencimento. A avaliação desta debênture é feita trazendo-se a valor presente os fluxos de caixa: coupons e o principal. A dificuldade no caso de títulos de dívida brasileiros é encontrar a taxa de desconto dos fluxos de caixa. Uma vez que não existe um mercado líquido de títulos de dívida, nem sistemas de rating de crédito que permitam a identificação do risco de crédito dos emissores de debêntures é difícil a obtenção da taxa de desconto adequada que leve em consideração o risco de crédito.

Porém, podemos recorrer à teoria financeira para estimarmos o custo do capital de terceiros, isto é, o custo da dívida de empresas. Assim, os fluxos de caixa da debênture serão trazidos por este custo de capital estimado. Modigliani e Miller estabelecem que o custo do capital próprio é uma função do custo de capital de terceiros e do custo de capital de uma empresa sem capital de terceiros. Se considerarmos a proposição de Modigliani e Miller, temos então, considerando um cenário em que existam impostos:

$$r_s = r_0 + \frac{B}{S} \cdot (1 - T_c) \cdot (r_0 - r_B)$$

equação 1

onde

r_s é o custo de capital próprio, isto é, retorno exigido pelos acionistas da empresa

r_0 é o custo de capital de uma empresa sem dívida com terceiros

r_B representa o custo de capital de terceiros

B é o valor de mercado das dívidas

S é o valor de mercado do capital próprio

T_c representa a alíquota do imposto de renda

Assim, o custo do capital de terceiros pode ser estimado através da equação acima se as outras variáveis forem identificáveis ou calculáveis. O custo de capital próprio r_s pode ser obtido através do Capital Asset Pricing Model (CAPM) dado pela equação abaixo

$$r_s = r_F + (r_M - r_F) \cdot \beta_E$$

equação 2

onde

r_F representa a taxa de juros livre de risco

r_M é o retorno esperado da carteira de mercado, como por exemplo o índice Bovespa

β_E é o beta das ações

O beta das ações pode ser calculado através da seguinte relação:

$$\beta_E = \frac{\text{COVAR}(R_E, R_M)}{\text{VAR}(R_M)}$$

equação 3

onde

$\text{COVAR}(R_E, R_M)$ é a covariância entre os retornos das ações da empresa com os retornos do índice Bovespa

$\text{VAR}(R_M)$ é a variância dos retornos do índice Bovespa

Ou seja, através do beta das ações da empresa, pode-se obter a taxa de retorno exigida pelos acionistas r_s . Se utilizarmos dados de balanço como aproximações dos valores de mercado do endividamento e do patrimônio líquido, obtemos B e S. Portanto, resta determinar r_0 para que possamos calcular r_B . Pela definição de r_0 , a taxa de retornos de uma empresa sem capital de terceiros é determinada por (Ross, Westerfield, Jaffe, 1995):

$$r_0 = \frac{LE}{CP}$$

equação 4

onde

LE é o lucro esperado da empresa sem capital de terceiros

CP é o capital próprio não alavancado, no caso é equivalente ao ativo total para uma empresa sem financiamento

O lucro esperado LE da empresa sem capital de terceiros é o lucro líquido ajustado por todos as influências do endividamento. Ou seja:

$$LE = LL + DF - BF$$

equação 5

onde

LL é o lucro líquido da empresa endividada

DF são as despesas financeiras

BF é o benefício fiscal decorrente do endividamento

Assim, se através de algum modelo de previsão, como por exemplo regressão linear, pudermos estimar o lucro esperado da empresa, podemos então determinar r_0 e conseqüentemente r_B . O valor de um título de dívida emitido pela empresa pode ser estimado através do cálculo do valor presente dos fluxos de caixa proporcionados pelo título utilizando-se a taxa de desconto do capital de terceiros r_B . Ao realizarmos este

cálculo, estamos considerando que o título emitido possui o mesmo risco dos títulos de dívida já emitidos pela empresa.

Vamos supor que o custo de capital de uma empresa sem dívida seja 17% ao ano, ou seja, $r_o = 17\%$. Além disso, através da equação (3), o beta das ações da empresa emissora da debênture é 1,5, o retorno esperado da carteira de mercado Ibovespa é 20% ao ano e a taxa de juros livre de risco é 10% ao ano.

Pelo CAPM, substituindo os parâmetros na equação (2), o retorno exigido pelo acionista é portanto 25% ao ano. Supondo a alíquota do imposto de renda de 30%, e analisando o balanço da empresa, pode-se observar a relação entre o empréstimo com capitais de terceiros e o patrimônio líquido. No caso, vamos supor, B/S igual a 2, por exemplo. Então podemos isolar r_b na equação (1), obtendo-se $r_b = 11,28\%$ ao ano.

Se a debênture pagar coupons anuais de 14% ao ano durante 5 anos, então o valor da debênture é:

$$D = \sum_{i=1}^5 \frac{14.000}{(1+0,1128)^i} + \frac{100.000}{(1+0,1128)^5} = 109.982,40$$

equação 6

MÉTODO DE ÁRVORES DE DECISÃO: PRECIFICAÇÃO DE DEBÊNTURES COM CLÁUSULA DE RESGATE ANTECIPADO

Consideremos uma debênture que possui uma cláusula de resgate antecipado. Esta cláusula será modelada como uma opção de compra embutida, que confere ao emissor do título, o direito de comprar, em datas pré-determinadas, as debêntures por preços pré-estabelecidos. O preço da debênture equivale, numa primeira abordagem, à soma de uma debênture equivalente sem a cláusula de resgate subtraído do valor do prêmio da opção, tendo em vista que o titular da debênture, simultaneamente comprou uma debênture e vendeu uma opção de compra. A opção de resgate, modelada através da opção de compra das debêntures, tem um valor que depende do nível de taxas de retorno exigidas, incluindo todos os seus componentes: expectativa de inflação, taxa de juros básica e spread de crédito.

Supondo que a debênture pague juros fixos, então é racional ao emissor da debênture exercer seu direito de compra, ou seja, o direito de resgate, quando as taxas de juros caírem abaixo de um patamar. Assim, através da compra das debêntures, o emissor resgata sua dívida que vinha sendo financiada a taxas elevadas. No caso oposto, quando há uma elevação das taxas de juros, isto é, das taxas de retorno exigidas pelos seus papéis, o emissor não terá incentivo em exercer sua opção de resgate, uma vez que seu financiamento está sendo feita a uma taxa menor que a nova taxa exigida pelo mercado.

Em nosso exemplo, para precificarmos a opção de compra da debênture, vamos considerar que o comportamento da taxa de juros segue o modelo proposto por Cox,

Ingersoll e Ross (Cox, Ingersoll e Ross, 1981). O modelo pode ser descrito pela equação abaixo:

$$dr = r(\Theta(t) - a_{\text{CIR}}r) \cdot dt + \sigma_{\text{CIR}}\sqrt{r} \cdot dz$$

com

$$a_{\text{CIR}} = \frac{a}{r_0}, \quad \sigma_{\text{CIR}} = \sigma\sqrt{r_0}$$

equação 7

onde

r representa a taxa de juros

r_0 corresponde a um fator de ajuste

σ é uma medida da volatilidade da taxa de juros

a é a taxa de juros que corresponde a reversão à média

$\Theta(t)$ é uma função do tempo

dz representa o movimento browniano ou processo de Wiener padrão

Voltando ao nosso exemplo, utilizando portanto o modelo apresentado, vamos precificar uma debênture que possui as seguintes características de emissão:

- pagamento de coupons semestrais referentes a 13% do valor do principal ao semestre
- pagamento do principal, R\$ 100.000, somente no vencimento, não existindo portanto, amortização intermediária
- cláusula de resgate, ao final de cada ano
- prazo para o vencimento de 10 anos

Faltando 4 anos para o vencimento da debênture, seu valor de mercado corresponderá à diferença entre o valor de mercado dos fluxos de caixa do título de renda fixa e o valor da opção de resgate embutida. Considerando uma estrutura temporal constante para taxas de juros de prazo maior ou igual a seis meses, temos que o valor de mercado dos fluxos de caixa da debênture é dado por:

$$A = \sum_{i=1}^8 \frac{13.000}{(1+r_d)^{0,5i}} + \frac{100.000}{(1+r_d)^4}$$

equação 8

Se a taxa de retorno exigida for $r_d = 27\%$, então

$$A = 101.482,60$$

Observe que r_d corresponde à taxa de retornos exigida por investimentos em títulos de empresas com risco equivalente ao da debênture analisada. Uma metodologia para avaliação de r_d foi apresentada no estudo de caso anterior. Note também que a análise do valor presente do fluxo de caixa está sendo simplificada através da consideração de uma taxa de juros constante. Para a opção de resgate embutida, porém, está sendo utilizada o modelo de difusão da taxa de juros proposto por Cox, Ingersoll e Ross.

A opção de compra será calculada considerando a taxa de juros de curto prazo igual a 25% ao ano, seguindo um processo de difusão com reversão à média histórica de 14% ao ano e com volatilidade igual a 2,5%. Além disso, a estrutura temporal de taxa de juros abaixo é fornecida, tendo sido obtida através de dados de DI futuro:

Estrutura temporal de taxa de juros	
1 mês	2,04%
2 meses	4,17%
3 meses	6,38%
4 meses	7,53%

Adicionalmente, a opção pode ser exercida, isto é, a debênture pode ser resgatada pelo emissor no último dia útil de cada ano. O valor de resgate em cada data é dada pela tabela abaixo. Assim, por exemplo, caso a debênture seja resgatada no final do próximo ano, o emissor deve pagar 1,05 vezes o valor de face.

Datas de Exercício	Valor de resgate
Final do Ano 1	1,05
Final do Ano 2	1,03
Final do Ano 3	1,01

Nestas condições, utilizando o modelo de Cox, Ingersoll e Ross que utiliza o método de árvores de decisão para a determinação das realizações do processo de difusão das taxas de juros, obtemos o valor da opção embutida:

$$B = 3.269,66$$

Assim, o valor de mercado desta debênture seria, considerando independência entre os fluxos de juros e principal com a opção embutida:

$$D = A - B = 101.482,60 - 3.269,66 = 98.212,94$$

MÉTODO DE SIMULAÇÃO: PRECIFICAÇÃO DE DEBÊNTURES COM OPÇÃO DE MÉDIA DE PREÇOS

Apresentaremos um caso referente a uma debênture que só pode ser avaliada através da simulação de Monte Carlo. Vamos supor que um título de dívida garantida ao investidor o recebimento do principal. Assim, o comprador deste título pagaria um valor P num momento inicial, para receber em uma data futura, o mesmo valor P . Vamos supor que a debênture não pague coupons. Teoricamente, esta debênture não seria negociada no mercado, uma vez os investidores teriam uma perda de riqueza equivalente ao custo de oportunidade de seu recurso por não terem remuneração do capital. Uma cláusula adicional torna atraente esta debênture: uma opção embutida sobre um índice de ações. Mais especificamente, a debênture com a cláusula adicional, garante ao investidor o valor P no vencimento e ainda permite, ao final de determinado período, que o investidor possa exercer um direito de compra de uma cesta de ações por um preço pré-estabelecido, podendo imediatamente vendê-la por um valor correspondente a uma média histórica dos preços desta cesta. Esta opção embutida equivale a uma opção de preço médio (average price options) onde no vencimento, possui um prêmio equivalente a:

$$\max\left(P \frac{(I_a - I_0)}{I_a}; 0\right)$$

equação 9

onde

$$I_a = \frac{\sum_{i=1}^n I_i}{n}$$

equação 10

Assim, I_a representa a média aritmética dos valores da cesta de ações amostradas n vezes durante um determinado período. Traçando uma analogia para opções tradicionais, I_0 corresponde ao preço de exercício.

A opção sobre média aritmética não possui solução analítica (Kemna, Vorst, 1990). O modelo de precificação de Black e Scholes não é válido principalmente em função do fato de a opção depender de uma média de valores do ativo-objeto e não somente do valor do ativo-objeto no vencimento. Além disso, métodos numéricos baseados em árvores não são apropriados para avaliação de opções que dependem do histórico do preço do ativo-objeto. Portanto, esta debênture será precificada através da simulação de Monte Carlo.

Do ponto de vista do tomador de recursos, esta debênture permite a troca do pagamento de juros pelo lançamento da opção de compra. Assim, o emissor não precisará pagar juros, tendo em vista que no vencimento da debênture, deverá pagar apenas o valor captado P . Obviamente, o lançamento da opção de compra acarreta uma exposição do emissor ao risco de variação de preço da cesta de ações. Assim, haverá uma exigência por uma gestão deste risco. Supondo que o lançamento da opção não eleve o nível de risco de

crédito da empresa emissora, do ponto de vista do aplicador, a debênture equivale a um investimento em um fundo garantido. Ou seja, o investidor compraria a debênture por P para receber o mesmo P no vencimento, tendo ainda a possibilidade de ter um rendimento adicional através da opção de compra embutida.

Caso a média aritmética dos preços históricos (amostrados nos n períodos) do valor da cesta de ações estiver valendo mais do que o preço de exercício, o investidor exerceria seu direito, obtendo um ganho proporcional à diferença entre o valor da cesta e o preço de exercício. Nosso objetivo será precificar esta debênture para negociação no mercado secundário. Em nosso exemplo, vamos considerar que a debênture tenha um valor de resgate de R\$ 100.000. Ou seja, inicialmente um investidor no mercado primário pagou R\$ 100.000 para adquirir uma debênture que lhe pagará R\$ 100.000 no vencimento em três anos e um direito de poder comprar uma carteira equivalente ao índice Bovespa por, digamos, 12.000 pontos. Assim, o preço de exercício será $I_0 = 12.000$.

Porém, como comentado anteriormente, esta opção de compra européia embutida não corresponde a uma opção tradicional. Pelo contrato de opção, o investidor da debênture poderá comprar a cesta de ações pelo preço de exercício de 12.000 e vendê-la pela média aritmética dos preços de fechamento dos últimos dias úteis de cada trimestre do último ano de vida da debênture. Com isso, o preço da opção no vencimento será dada por:

$$\max\left(100.000 \frac{(I_a - 12.000)}{12.000}; 0\right)$$

equação 11

com

$$I_a = \frac{\sum_{i=1}^4 I_i}{4}$$

equação 12

onde I_i , $i = 1, 2, 3, 4$, correspondem aos preços de fechamento do índice Bovespa no último dia útil de março, junho, setembro e dezembro do ano de vencimento da debênture.

Passado algum tempo, no mercado secundário, esta debênture equivale a um título que pagará R\$ 100.000 daqui a, por exemplo, 1 ano. Além disso, o titular da debênture terá uma opção sobre a média aritmética dos preços do índice. Simplificadamente, se não considerarmos efeitos de correlação entre o nível de risco de crédito da empresa e o processo de difusão do preço da carteira de ações, o valor da debênture corresponde a um título de renda fixa mais a opção embutida. O título de renda fixa pode ser facilmente avaliado: é o fluxo de caixa R\$ 100.000 trazido a valor presente. Se a taxa de desconto ajustada pelo risco do emissor da debênture for de 25% ao ano, então, o preço do componente de renda fixa da debênture vale:

$$A = \frac{100.000}{(1+0,25)^1} = 80.000$$

Considerando a volatilidade do índice Bovespa de 36% ao ano e a taxa de juros livre de risco 20% ao ano, supondo que o valor do índice siga um processo browniano geométrico, obtemos através da simulação de Monte Carlo, para um valor inicial do preço da carteira de ações em 10.479, os seguintes resultados apresentados na tabela abaixo:

Simulação de Monte Carlo
Total de iterações = 20000
Valor = 777,649
Erro = 8,10235
deltax = -0,257945
gammaxx = 0,00670098
theta = 15528,7
Valor Total =6480,41

onde o Valor Total corresponde ao prêmio da opção sobre a média aritmética, ajustado pelo investimento P. Assim, chamando o prêmio da opção por B, temos portanto $B = R\$ 6.480,41$. A debênture então vale, a um ano do vencimento,

$$D = A + B = 80.000,00 + 6.480,41 = R\$ 86.480,41$$

Pela tabela anterior, de acordo com análise da simulação de Monte Carlo, pode-se obter também os dados referentes ao erro da estimativa (Erro) do preço da opção embutida como também dos parâmetros de sensibilidade do preço da opção em relação às flutuações do preço (deltax, gammaxx) do índice Bovespa e à passagem do tempo (theta).

BIBLIOGRAFIA

- _____. @Interest 2.0 Manual. Financial Engineering Associates, 1997.
- _____. Derivatool 2.0 Manual. Financial Engineering Associates, 1997.
- ARDITTI, F. D. “Derivatives: A comprehensive resource for options, futures, interest rate swaps, and mortgage securities”. Harvard Business School Press, 1996.
- CORNYN, A. J; MYAS, E. “Interest rate risk models: Theory and practice”. Glenlake, Fitzroy, 1997.
- COX, J.; INGERSOLL, E.; ROSS, A. “An intertemporal general equilibrium model of asset prices”. *Econometrica*, 53. 1985.

- COX, J.; INGERSOLL, E.; ROSS, A. "The relation between forward prices and futures prices". *Journal of financial economics*, 9, 1981.
- DOTHAN, M. U. "Prices in financial markets". Oxford University Press, 1990.
- DOUGLAS, L. G. "Bond risk analysis: A guide to duration and convexity". New York Institute of Finance, 1990.
- DOUGLAS, L. G. "Yield curve analysis: The fundamentals of risk and return". New York Institute of Finance, 1988.
- DUFFIE, D. "Dynamic asset pricing". Second edition. Princeton University Press, 1996.
- ENDERS, W. "Applied econometrics time series". John Wiley & Sons, 1995.
- FABOZZI, F. J. "Measuring and controlling interest rate risk". *FJB*, 1996
- HANWECK, G. A. "Interest rate volatility: Understanding, analysing, and managing interest rate risk and risk-based capital". Irwin, 1996.
- HULL, J. "Options, futures and other derivative securities". Prentice Hall, 1993.
- INGERSOLL, J. "An examination of corporate call policies on convertible securities". *Journal of finance*. Volume 32, Number 2. 1977.
- JARROW, R. J. "Modelling fixed income securities and interest rate options". McGraw Hill, 1996.
- KEMNA, A. G. Z.; VORST, A. C. F. "A pricing method for options based on average asset values". *Journal of banking and finance*. Volume 14, March. 1990.
- MERTON, R. "Continuous time finance". Blackwell, 1990.
- PETER, E. R. "Modelling stock market volatility: Bridging the gap to continuous time". Academic Press, 1996.
- SCHWARTZ, R. J.; SMITH JR, C. W. "Derivatives handbook: Risk management and control". John Wiley & Sons, 1997.
- SMITHSON, C.; SMITH, C.; WILFORD, S. "Managing Financial Risk". Irwin. Chicago, 1995.
- TOMPKINS, R. G. "Options analysis". Probus, 1994.
- VAN DEVENTER, D. R.; IMAI, K. "Financial risk analytics: A term structure model approach for banking, insurance and investment management". Irwin, 1997.

Publicado na Revista da ANDIMA no ano de 1.998