ASCENT Financial Technologies

KNOWLEDGE Desenvolvimento Profissional

MÉTODOS QUANTITATIVOS

Prof. Herbert Kimura

MODELO PROBABILÍSTICO

ESPAÇO AMOSTRAL

- **Definição do espaço amostral**

eventos elementares $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_M$

espaço amostral $\Omega = \{\omega_1; \ldots; \omega_M\}$

Espaço amostral Ω

conjunto de resultados elementares possíveis

Exemplo 1:
Lançamento de um dado
Observar o número da face superior

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Exemplo 2:
Lançamento de duas moedas
Observar as faces das duas moedas

$\Omega = \{CC; CK; KC; KK\}$

C: cara
K: coroa

Exemplo 3:
Selecionar aleatoriamente um indivíduo
Medir sua altura, em metros

$\Omega = (0; \infty)$ $\Omega = [0,1; 2,7]$

$\Omega = (0; 3]$ $\Omega = (-\infty; \infty)$

MODELO PROBABILÍSTICO

ESPAÇO DE PROBABILIDADE

Um espaço de probabilidade é uma tripla (Ω, A, P) onde:

- Ω é um conjunto não-vazio
- A é uma σ-álgebra de subconjuntos de Ω
- P é uma probabilidade definida em A

Espaço mensurável

Medida de probabilidade

MODELO PROBABILÍSTICO

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

- **Momentos**

  Momento de ordem k : $E(X - EX)^k$

- **Variância (Dispersão)**

Caso geral $\mathrm{Var}X = E(X - EX)^2 = E[X^2] - (EX)^2$

Caso discreto $\mathrm{Var}X = \sum_{j=1}^{M} P_j (X_j - \overline{X})^2$

- propriedades
  - $\mathrm{Var}[a] = 0$
  - $\mathrm{Var}X \geq 0$
  - $\mathrm{Var}[a + bX] = b^2 \mathrm{Var}X$
  - $\mathrm{Var}(X + Y) = E[(X - EX) + (Y - EY)]^2 = \mathrm{Var}X + \mathrm{Var}Y + 2E[(X - EX).(Y - EY)]$
  - se X e Y são independentes, então $\mathrm{Var}(X + Y) = \mathrm{Var}X + \mathrm{Var}Y$

Variância de uma variável aleatória X

$\mathrm{Var}X = V[X] = VX = \sigma^2$

RISCO E RETORNO DE ATIVOS

MODELO PROBABILÍSTICO

Variável aleatória R_i

Posição	Eventos	Retorno	Probabilidade
Ativo i	E_1	12%	1/3
	E_2	9%	1/3
ω_j	E_3	6%	1/3
		R_{ij}	P_j

j=1,2,3

Variável aleatória R_i^2

Posição	Eventos	R_{ij}^2	Probabilidade
Ativo i	E_1	1,44%	1/3
	E_2	0,81%	1/3
	E_3	0,36%	1/3

$$E[R_i^2] = \sum_{j=1}^{3} P_{ij} R_{ij}^2 = 0{,}87\%$$

ESPERANÇA $EX = \sum_{j=1}^{M} P_j X_j$

$$E[R_i] = \sum_{j=1}^{3} P_{ij} R_{ij}$$

$$E[R_i] = \frac{1}{3}.12\% + \frac{1}{3}.9\% + \frac{1}{3}.6\% = 9\%$$

Esperança → **Retorno médio**

$\overline{R}_i = 9{,}00\%$

VARIÂNCIA $VarX = \sum_{j=1}^{M} P_j (X_j - \overline{X})^2$ $\quad Var[R_i] = \sigma_i^2$

$$Var[R_i] = \sum_{j=1}^{3} P_{ij} (R_{ij} - \overline{R})^2$$

$$Var[R_i] = \frac{1}{3}(12\% - 9\%)^2 + \frac{1}{3}(9\% - 9\%)^2 + \frac{1}{3}(6\% - 9\%)^2 = 0{,}06\%$$

$$VarX = E(X - EX)^2 = E[X^2] - (EX)^2$$

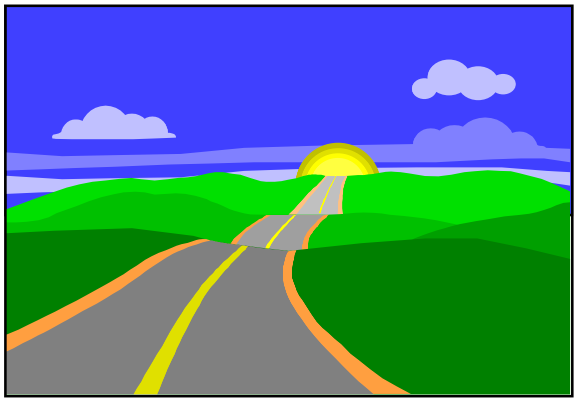
$$Var[R_i] = E[R_i^2] - \overline{R}_i^{\,2} = 0{,}87\% - 0{,}81\% = 0{,}06\%$$

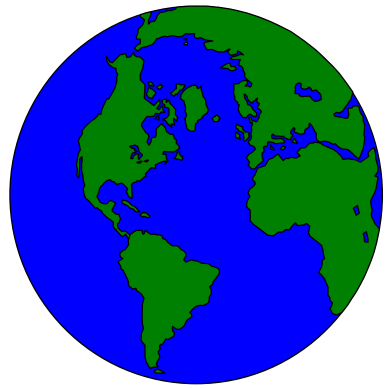
Desvio-padrão $\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} = 2{,}45\%$ → **Risco total**

RISCO E RETORNO DE ATIVOS

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

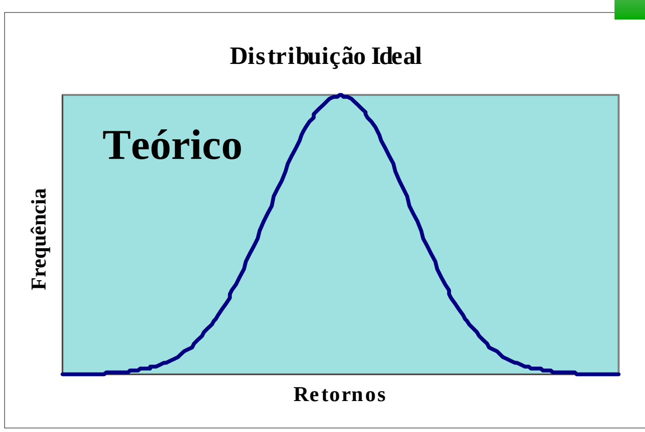
MUNDO IDEAL

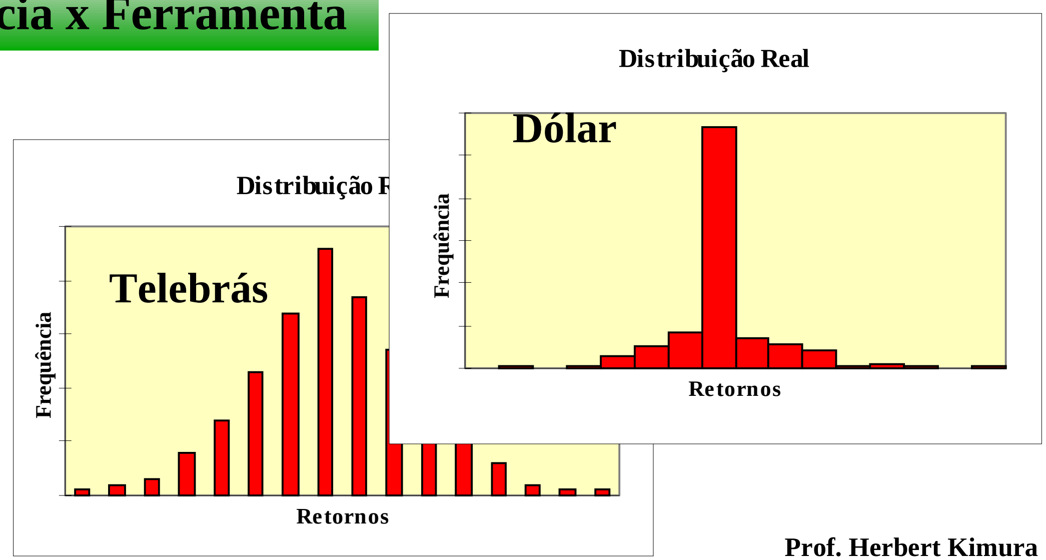




MUNDO REAL

Decisão x Apoio
Experiência x Ferramenta

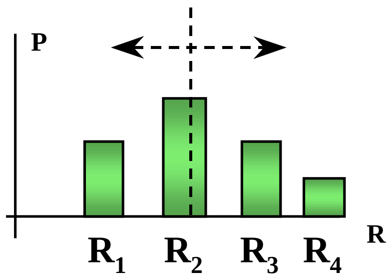




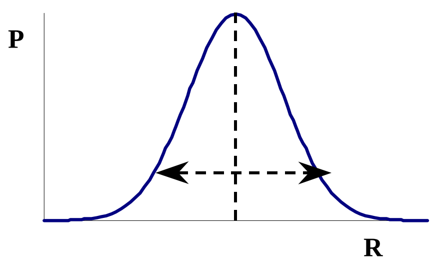
RISCO E RETORNO DE ATIVOS

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Distribuição de probabilidades



verdadeira ou teórica



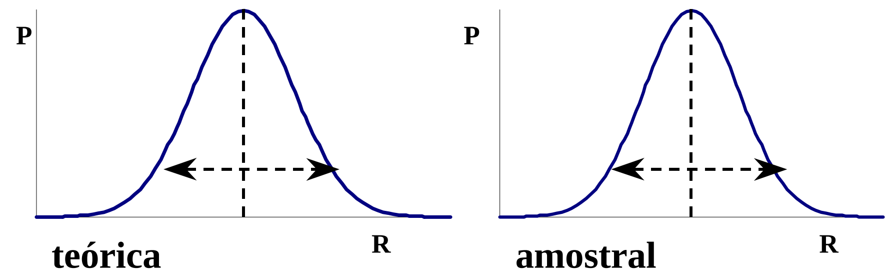
$$EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x)$$ μ

σ^2

$$VarX = E(X - EX)^2 = E[X^2] - (EX)^2$$

$$\text{Momento de ordem k}: \ E(X - EX)^k$$

Estimativa dos parâmetros



μ $\bar{x}$ média amostral

σ^2 s^2 desvio-padrão amostral

métodos de inferência

Teoria de Probabilidades x Teoria de Estatística

HERBERT KIMURA

Engenheiro de Eletrônica pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

Especialização em Finanças pelo Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais - IBMEC

Mestre em Estatística pelo Instituto de Matemática e Estatística - IME/USP

Doutorando em Finanças pela Fundação Getulio Vargas - EAESP/FGV

Professor do IBMEC/SP, da EAESP/FGV e da Universidade Mackenzie

Instrutor da Knowledge Desenvolvimento Profissional

Knowledge Desenvolvimento Profissional

Rua Vergueiro, 1855 - cj. 133 - Vila Mariana

São Paulo - SP - CEP 04101-904

tel: (011) 5575-5212 / 5579-9303   fax: (0**11) 5575-7935**

www.minhacarreira.com.br   info@minhacarreira.com.br